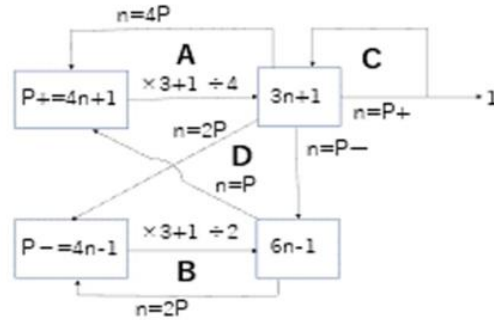


コラッツ予想

東森秀朋 2021/10/01



Conceptual diagram of Collatz problem

以下の説明において2による割算は省略されている。
 あらゆる奇数 P は $P_+ = 4n + 1$ 又は $P_- = 4n - 1$ の形で表される。

ループAでは、 $3n + 1$ の $n = 2^{2l}k$ を $n = 3^l k = P$ に変換する。 $P = P_-$ のとき、その $3P_- + 1$ は $6n - 1$ に送られる、 $P = P_+$ のとき、その $3P_+ + 1$ はループCへ送られる。 $n = 2^{2l+1}k$ のとき、 $3n + 1 = P_-$ はループBの P_- へ送られる。 k は奇数

$$\begin{aligned} n = 2^{2l}k & \quad 3n + 1 = 3 \times 2^{2l}k + 1 \rightarrow 3 \times 3^l k + 1 = 3P + 1 \\ n = 2^{2l+1}k & \quad 3n + 1 = 3 \times 2^{2l+1}k + 1 \rightarrow 2 \times 3^{l+1}k + 1 = P_- \end{aligned}$$

ループBでは、 $6n - 1 = P_-$ は、 $n = 2^l j$ を $3^l j = P$ に変換することにより、 $6n - 1 = P_+$ に変換され、ループAの P_+ へ送られる。 j は奇数

$$n = 2^l j \quad 6n - 1 = 6 \times 2^l j - 1 = P_- \rightarrow 6 \times 3^l j - 1 = P_+$$

ループCでは、 $n = 4m + 1 = P_+$ のとき、 $3n + 1$ は $3m + 1$ に変換される。更に、 $m = P_+$ のとき、上記変換が繰り返される。

ループDは、 $3n + 1$ の n が P_- のとき、繰り返される。

ループA及びBにおける 2^l の 3^l への変換は一方向性であるから、ループA, B, CそしてDにおける無限循環はないと考えられる。

以上のとおり、いかなる奇数 P もループA, B, CそしてDにおける循環変換によりループCから1として出力される。