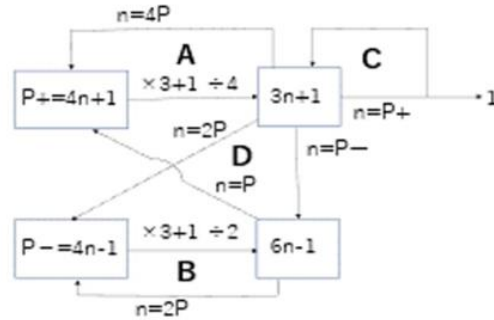


コラッツ予想

東森秀朋 2022/08/06



Conceptual diagram of Collatz problem

上記概念図から判るように、いかなる奇数 P もループA, B, CそしてDにおける循環変換によりループCから1として出力される。

ループA及びBにおける 2^l の 3^l への変換は一方向性で有限であるから、ループA, B, CそしてDには無限循環も発散もないと考えられる。

以下の説明において数2による割算は省略されている。

あらゆる奇数 P は $P_+ = 4n + 1$ 又は $P_- = 4n - 1$ の形で表される。

ループAでは、 $3n + 1$ の $n = 2^{2l}k$ を $n = 3^l k = P$ に変換する。 $P = P_-$ のとき、その $3P_- + 1$ は $6n - 1$ になる、 $P = P_+$ のとき、その $3P_+ + 1$ はループCへ送られる。 $n = 2^{2l+1}k$ のとき、 $3n + 1 = P_-$ はループBの P_- へ送られる。 k は奇数

$$n = 2^{2l}k \quad 3n + 1 = 3 \times 2^{2l}k + 1 \rightarrow 3 \times 3^l k + 1 = 3P + 1$$

$$n = 2^{2l+1}k \quad 3n + 1 = 3 \times 2^{2l+1}k + 1 \rightarrow 2 \times 3^{l+1}k + 1 = P_-$$

ループBでは、 $6n - 1 = P_-$ は、 $n = 2^l j$ を $3^l j = P$ へ変換することにより、 $6n - 1 = P_+$ に変換され、ループAの P_+ へ送られる。 j は奇数

$$n = 2^l j \quad 6n - 1 = 6 \times 2^l j - 1 = P_- \rightarrow 6 \times 3^l j - 1 = P_+$$

ループCでは、 $3n + 1$ の $n = 4m + 1 = P_+$ のとき、 $3n + 1$ は $3m + 1$ に変換される。 更に、 $m = P_+$ のとき、上記変換が繰り返される。

ループDでは、 $6n - 1$ が P_+ になるまでループBが繰り返される。