

楕円軌道と近日点移動

東森秀朋

茨城県守谷市百合ヶ丘三丁目2661-9

e-mail tohmori@fancy.ocn.ne.jp

Abstract

The perihelion shift of planets except Mercury is approximately calculated based on the eccentricity of the elliptic orbit. Each approximately calculated value of planets except Jupiter is within eleven times of observed value. Approximately calculated value of Jupiter almost corresponds to observed value. It seems that this approximate calculation is appropriate.

内容

Fig. 1に示すように、惑星が太陽からの距離 $\gamma'R$ を一定の接線速度 V で直角に横切って進行するとする。これは楕円軌道を描く惑星には妥当であると考えられる。

その後、惑星は太陽の重力中心から距離 R' で太陽の周りの角度 θ に進行しているとす。そのとき、惑星の進行方向は角度 ω 回転しているとす。

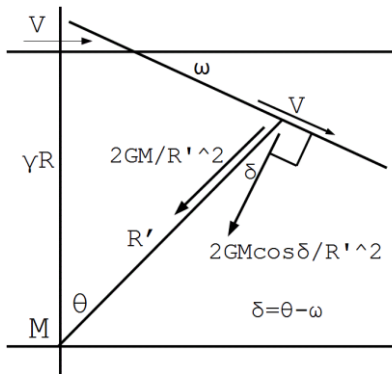


Fig. 1

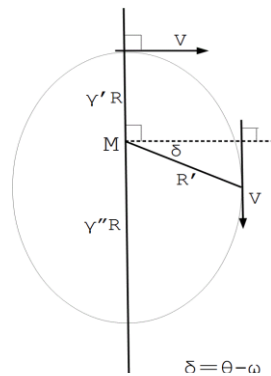


Fig. 2

$\gamma' < 1$ のとき、次の式が成立する。 e : 離心率

$$\gamma' = 1 - e \quad 2GM/V^2R = 1 \quad U^2 = 2GM/R'$$

$$V(d\omega/dt) = -(dU^2/dR')\cos\delta = V(d\omega/d\theta)(d\theta/dt)$$

$$d\theta/dt = V\cos\delta/R'$$

$$d\omega/dt = (d\omega/d\theta)(V^2 \cos\delta/R') = 2GM \cos\delta/R'^2$$

$$R' \cos\delta = \gamma' R \quad \delta = \theta - \omega$$

$$d\omega/d\theta = 2GM/V^2 R' = \cos\delta/\gamma'$$

$$d\delta/d\theta = 1 - d\omega/d\theta = (\gamma' - \cos\delta)/\gamma'$$

$$\gamma' = \cos\delta_{\gamma'} \quad d\delta/d\theta = 0 \quad d\omega/d\theta = \cos\delta_{\gamma'}/\gamma' = 1 \quad R' = \gamma' R / \cos\delta_{\gamma'} = R$$

$\gamma'' > 1$ のとき、次の式が成立する。

$$d\theta/dt = V \cos\delta/R'$$

$$d\omega/dt = (d\omega/d\theta)(V^2 \cos\delta/R') = 2GM \cos\delta/R'^2$$

$$R' = \gamma'' R \cos\delta$$

$$d\omega/d\theta = 2GM/V^2 R' = 1/\gamma'' \cos\delta$$

$$\delta = \theta - \omega$$

$$\gamma'' \cos\delta_{\gamma''} = 1 \quad d\delta/d\theta = 0 \quad d\omega/d\theta = 1/\gamma'' \cos\delta = 1 \quad R' = R \gamma'' \cos\delta_{\gamma''} = R$$

$$\delta_{\gamma''} = \delta_{\gamma'} \quad \gamma' \gamma'' = 1$$

$$\omega_{\gamma'} = \int_{-\pi/2-\delta_{\gamma'}}^{\pi/2+\delta_{\gamma'}} d\omega = \int_{-\pi/2-\delta_{\gamma'}}^{\pi/2+\delta_{\gamma'}} (\cos\delta/\gamma') d\theta$$

$$\cos\delta \cong 1 - \delta^2 + \delta^4 - \delta^6 \dots = 1/(1 + \delta^2)$$

$$\cos\delta_{\gamma'} = \gamma' = 1 - e = 1/(1 + \delta_{\gamma'}^2)$$

$$\delta_{\gamma'}^2 = 1/(1 - e) - 1 = e + e^2 + e^3 \dots$$

$$\begin{aligned} \omega_{\gamma'} &= \int_{-\pi/2-\delta_{\gamma'}}^{\pi/2+\delta_{\gamma'}} (\cos\delta/\gamma') d\theta \cong \int_{-\frac{\pi}{2}-\delta_{\gamma'}}^{\frac{\pi}{2}+\delta_{\gamma'}} (1/(1 + \delta^2)) d\theta (1 - e)^{-1} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\delta_{\gamma'}}^{\frac{\pi}{2}+\delta_{\gamma'}} 1/(1 + \delta^2) d\theta (1 + e + e^2 + e^3 \dots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{\gamma''} &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\delta_{\gamma'}}^{\frac{\pi}{2}+\delta_{\gamma'}} (1/\gamma'' \cos\delta) d\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}+\delta_{\gamma'}}^{\frac{\pi}{2}-\delta_{\gamma'}} (1 + \delta^2) \gamma' d\theta \\ &= \int_{-\pi/2+\delta_{\gamma'}}^{\pi/2-\delta_{\gamma'}} (1 + \delta^2) d\theta (1 - e) \end{aligned}$$

$0 < e \ll 1$ のとき、

$$\cos\delta = (1/(1 + \delta^2)) \text{の平均値} \cong (1 - e/2)$$

$$1/\cos\delta = (1 + \delta^2) \text{の平均値} \cong (1 + \gamma'^2/2) = 1 + e/2 + e^2/2 + e^3/2 + \dots$$

$$\omega_{\gamma'} \cong (\pi + 2\delta_{\gamma'}) (1 - e/2) (1 + e + e^2 + e^3 \dots)$$

$$\cong (\pi + 2\delta_{\gamma'}) (1 + e/2 + e^2/2 + e^3/2 + \dots)$$

$$\omega_{\gamma''} \cong (\pi - 2\delta_{\gamma'}) (1 + e/2 + e^2/2 + e^3/2 + \dots) (1 - e) \cong (\pi - 2\delta_{\gamma'}) (1 - e/2)$$

$$\omega_{\gamma'} \cong \pi (1 + e/2 + e^2/2 + e^3/2 + \dots) + 2\delta_{\gamma'} (1 + e/2 + e^2/2 + e^3/2 + \dots)$$

$$\omega_{\gamma''} \cong \pi (1 - e/2) - 2\delta_{\gamma'} (1 - e/2)$$

$$\omega_{\gamma'} + \omega_{\gamma''} \cong 2\pi + \pi (e^2/2 + e^3/2 + \dots) + 2\delta_{\gamma'} (e + e^2/2 + e^3/2 + \dots)$$

$$\cong 2\pi + 2\delta_{\gamma'} e$$

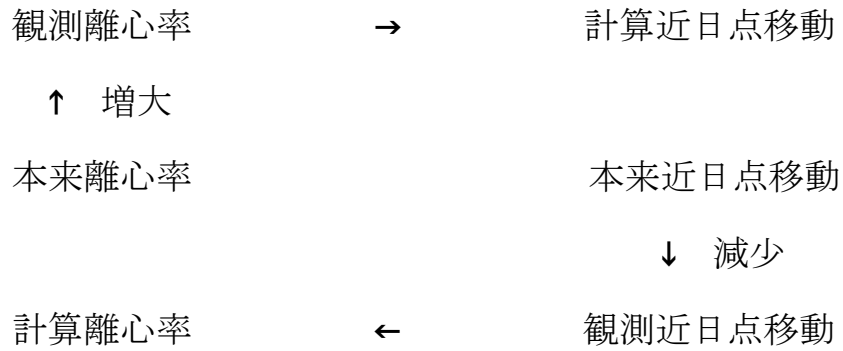
$$\cong 2\pi + 2e^{3/2}$$

一周当たりの近日点移動角 $\cong 2e^{3/2}$

	観測値 (秒/地球年)		近似計算値 (秒/地球年)
水星 Mercury	575	<	3206
金星 Venus	2.04	<	6.087
地球 Earth	11.45	<	14.751
火星 Mars	16.28	<	103.681
木星 Jupiter	6.55		6.132
土星 Saturn	19.50	>	2.899
天王星 Uranus	3.34	>	0.835
海王星 Neptune	0.36	>	0.0329

水星は離心率 e が大きいので近似計算外である。木星以外の惑星の近似計算値は観測値の1.1倍以内である。木星の近似計算値は観測値にほとんど一致している。他の惑星の重力場は太陽の重力場に較べて極めて小さいので木星にほとんど影響していないと考えられる。逆に、木星の質量は極めて大きいのでその重力場は他の惑星に影響していると考えられる。金星、地球及び火星の離心率は本来離心率から増大して、近日点移動は本来近日点移動から減少して観測される。土

星、天王星及び海王星の離心率は本来離心率から減少して、近日点移動は本来近日点移動から増大して観測される。



惑星の近日点移動はその楕円運動の必然的な結果であると考えられる。