

# 最初の石 (First stone) と最後の石 (Last stone)

**要約 (Abstract) :** ペグソリティアゲームの最初の石と最後の石を予測する方法が記載されている。ゲームは仮想ルールにしたがって行われた結果に基づいて最初の石が決定される。仮想ルールでは各穴には複数の石が入っている。更に、偶数個の石を有する穴は通常ルールで石の無い穴と同じである。そして奇数個の石を有する穴は通常ルールで石の有る穴と同じである。その他の仮想ルールは通常ルールと同じである。それ故、仮想ルールで不可能は通常ルールでも不可能である。しかし、仮想ルールでの可能は通常ルールでは可能性にすぎない。

## 1. 始めに

ゲームの最初に取り除く石は最初の石と云う。ゲームの最後に残る石は最後の石と云う。ゲームの最後に1個の石が残ったとき、ゲームは終了である。

仮想ルールでは各穴に複数の石が有る。更に、偶数個の石を有する穴は通常ルールで石の無い穴と同じである。そして奇数個の石を有する穴は通常ルールで石の有る穴と同じである。その他の仮想ルールは通常ルールと同じである。それ故、仮想ルールでは図1及び図2の変換が可能であるが、通常ルールでは1つを除いて不可能である。以後、仮想ルールでは最初の石を取り除くことなくゲームが行われる。

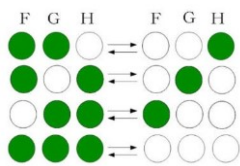


図1

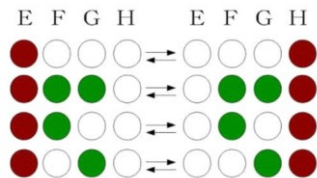


図2

## 2. 具体例

### 2.1 スクエア 16 Square 16

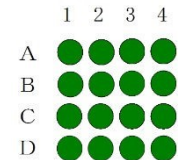


図3

図7のゲームが仮想ルールで行われると、図4の4個の青石のいずれかが残る。

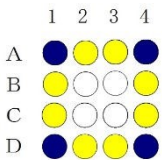


図4

それ故、図4の黄色石のいずれかが最初の石である。もし最初の石が黄色石B4であるならば、図5の赤石C1又はC4のいずれかが最後の石になる。

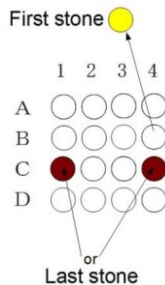


図5

図3のゲームは図4の最初の石で可能である

### 2.2 レクタングル 20 Rectangle 20

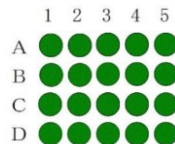


図6

図6のレクタングル20のゲームが仮想ルールで行われると、図7の2個の緑石のいずれかが残る。

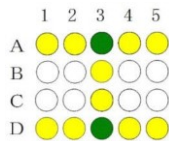


図7

それ故、最初の石は図7の黄色石のいずれかである。例えば、最初の石が図8の黄色石B3ならば、最後の石は図8の緑石C3

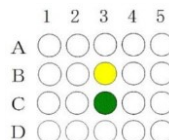


図8

最初の石が図9の黄色石A4であるならば、最後の石は図9の4個の緑石A2, A5, D2そしてD5のいずれかである。

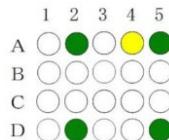


図9

最初の石が図10の黄色石A4であるならば、最後の石は図10の4個の緑石A1, A4, D1そしてD4のいずれかである。

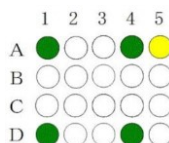


図10

図8-10の最初の石と最後の石のゲームは通常ルールで可能である.

### 2.3 変形ダイヤモンド24 Deformed diamond 24

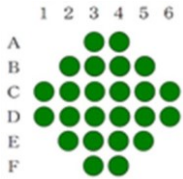


図11

図11のゲームが仮想ルールで行われると,図12の4個の青色石のいずれかが残る. それ故,最初の石は図12の8個の黄色石のいずれかである.

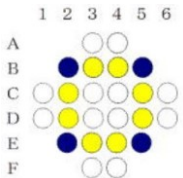


図12

最初の石が図13の黄色石E4であるならば,最後の石は図13の2個の赤色石のいずれかである.

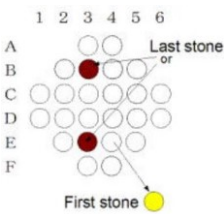


図13

図12-13の最初の石と最後の石のゲームは通常ルールで可能である.

### 2.4 スクエア25 Square 25

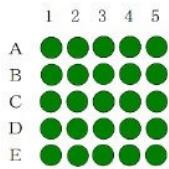


図14

図14のゲームが仮想ルールで行われると,図15の中央の緑色石のみが残る. それ故,最初の石は図15の8個の黄色石のいずれかである.

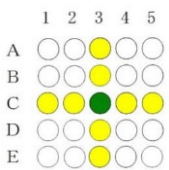


図15

最初の石が図16の黄色石A3であるならば,最後の石は図16の2個の緑色石B3又はE3のいずれかである.

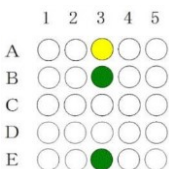


図16

最初の石が図17の黄色石B3であるならば,最後の石は図17の2個の緑色石A3又はD3のいずれかである.

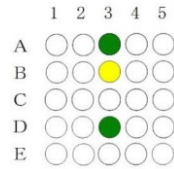


図17

図14-15の最初の石と最後の石のゲームは通常ルールで可能である.

### 2.5 プリティッシュ

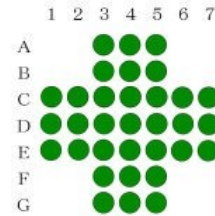


図18

図18のプリティッシュゲームが仮想ルールで行われると,図19に図示するように石は残らない.

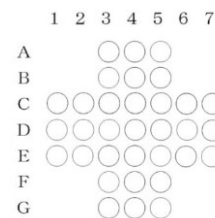


図19

最初の石は33個の石のいずれでも良い.最後の石は最初の石自体か又は最初の石と等価な石である. それ故,対称性を考慮すると,最初の石は図20の黄色石 A3, A4, B3, B4, C3, C4,そしてD4である.

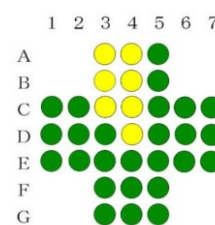


図20

最初の石が図21の黄色石A4であるならば,最後の石は図21の黄色石A4, 緑石D1, D4, D7又はG4のいずれかである.

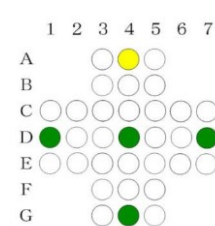


図21

最初の石が図22の黄色石B3であるならば,最後の石は図22の黄色石B3, 緑色石E3又はE6のいずれかである.

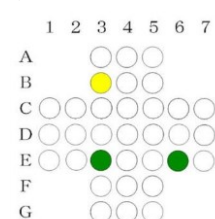


図 2 2

最初の石が図 2 3 の黄色石 B 3 であるならば、最後の石は黄色石 B 3、緑色石 E 1、E 4 又は E 7 のいずれかである。

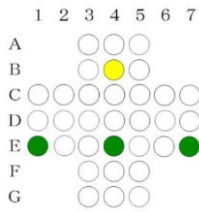


図 2 3

図 2 1 - 2 3 の最初の石と最後の石のゲームは通常ルールで可能である。

### 2.6 レクタングル 3 5 Rectangle 35

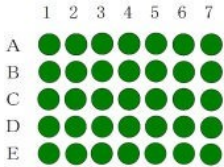


図 2 4

図 2 4 のレクタングル 2 4 のゲームが仮想ルールで行われると、図 2 5 の 3 個の緑色石 C 1、C 4 又は C 7 のいずれかが残る。

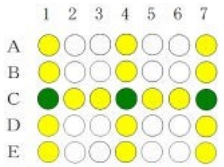


図 2 5

最初の石が図 2 6 の黄色石 C 5 であるならば、最後の石は図 2 6 の 2 つの緑石 C 3 又は C 6 のいずれかである。

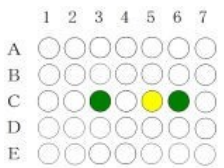


図 2 6

最初の石が図 2 7 の黄色石 C 6 であるならば、最後の石は図 2 7 の 2 個の緑色石 C 2 又は C 5 のいずれかである。

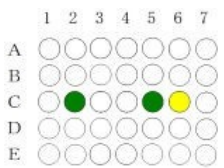


図 2 7

最初の石が図 2 8 の黄色石 B 1、B 4 そして B 7 のいずれかであるならば、最後の石は図 2 8 の 6 個の緑石のいずれかである。

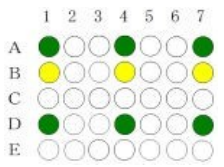


図 2 8

最初の石が図 2 9 の黄色石 A 1、A 4 そして A 7 のいずれかであるならば、最後の石は図 2 9 の 6 個の緑石のいずれかである。

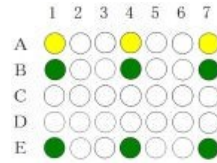


図 2 9

図 2 4 - 2 9 の最初の石と最後の石のレクタングル 3 5 ゲームは通常ルールで可能である。

### 2.7 フレンチ French

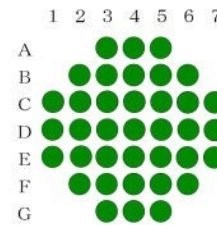


図 3 0

図 3 0 のフレンチゲームが仮想ルールで行われると、図 3 1 の 5 個の緑色石のいずれかが残る。

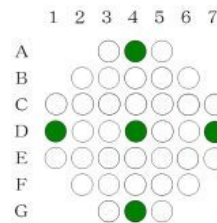


図 3 1

それ故、最初の石は図 3 2 の 1 2 個の黄色石のいずれかである。

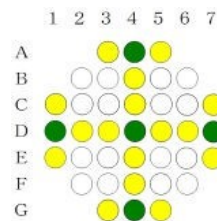


図 3 2

対称性を考慮すると、最初の石は図 3 3 の 3 個の黄色石のいずれかである。

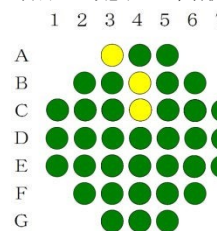


図 3 3

最初の石が図 3 4 の黄色石 A 3 であるならば、最後の石は図 3 4 の 4 個の緑色石のいずれかである。

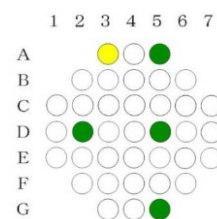


図 3 4

最初の石が図 3 5 の黄色石 B 4 であるならば、最後の石は図 3 5 の 4 個の緑色石のいずれかである。

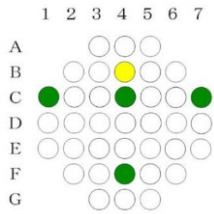


図35

最初の石が図36の黄色石C4であるならば、最後の石は図36の4個の緑色石のいずれかである。

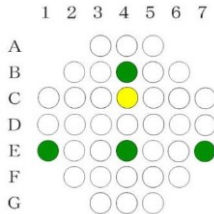


図36

図34-36の最初の石と最後の石のゲームは通常ルールで可能である。

## 2.8 変形ダイヤモンド40 Deformed diamond 40

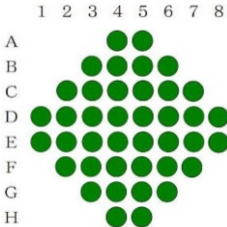


図37

ず図37の変形ダイヤモンドゲームが仮想ルールで行われるならば、図39の4個の青色石のいずれかが残る。それ故、最初の石は図38の黄色石のいずれかである。

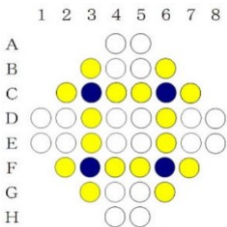


図38

最初の石が図39の黄色石C5であるならば、最後の石は図39の4個の緑色石のいずれかである。

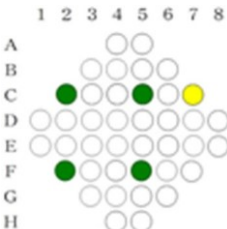


図39

最初の石が図40の黄色石C5であるならば、最後の石は図40の4個の緑色石のいずれかである。

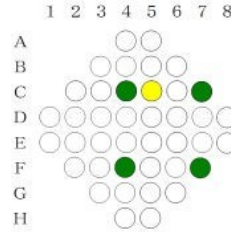


図40

図38-40の最初の石と最後の石のゲームは通常ルールで可能である。

## 2.9 ダイヤモンド Diamond

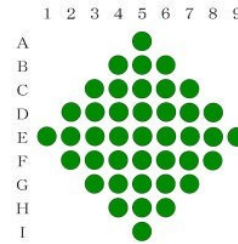


図41

図41のダイヤモンドゲームが仮想ルールで行われると、図43の5個の緑色石のいずれかが残る。それ故、最初の石は図43の20個の黄色石のいずれかであると予想される。

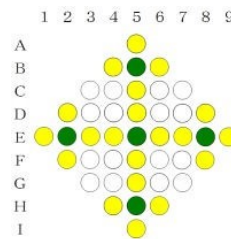


図42

しかしながら、8個の石A5, D5, E1, E4, E6, E9, F5そしてI5は通常ルールで最初の石ではない。

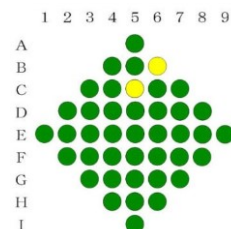


図43

それ故、対称性を考慮すると、最初の石は図43の2個の黄色石のいずれかである。最初の石が図44の黄色石であるならば、最後の石は図44の緑色石のいずれかである。何故ならば、石E4は通常ルールで最後の石になり得ないからである。

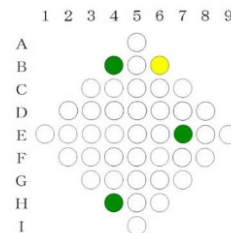


図44

最初の石B4と最後の石H4のゲームは通常ルールで不可能である。

それ故, 最初の石が図4 5の黄色石B 6であるならば, 最後の石は図4 5の2個の緑色石のいずれかである.

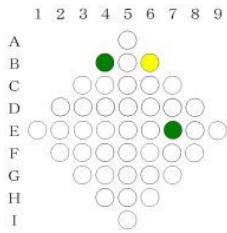


図4 5

最初の石が図4 6の黄色石C 5であるならば, 最後の石は図4 6の3個の緑色石のいずれかである.

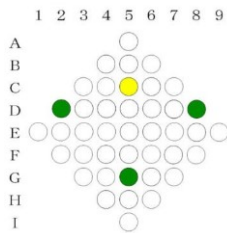


図4 6

### 3. 結論 Concluding

上記したように, ダイヤモンドゲームを除いて, 仮想ルールで可能なゲームは通常ルールで可能である. 当然ながら, 仮想ルールで不可能なゲームは通常ルールでも不可能である. 仮想ルールでペグソリティアゲームの最初の石と最後の石が予測できるので, 通常ルールでゲームを容易に行うことができる. <http://www.tohmori.jp/>

### 参考文献 Reference

- 1) "II Solitaire (Wisdom Sesame Puzzle)" of "Mathematical Game II" published by KOUDANSHA on April 1, 1991, written by Martin Gardner, translated to Japanese by Mr. Shigeo Takagi.
- 2) "The Ins & Outs of Peg Solitaire" by Mr. John D. Beasley of Oxford University in Britain published in 1985.
- 3) "Amusement mathematics" in which the person named Ryuka in France got the first edition in 1897.